

## Jõudude liitmine. Momentide reegel.

Tutvudes füüsikaseadustega, oleme näinud, et ühele kehale rakendatud kaks jõudu ei tekita kahekordset efekti, jõud võivad teineteist nõrgendada, võivad aga ka tugevdada. Selliselt käituvad kõik vektoriaalsed suurused. Jõudude mõju kehale vaadeldakse kui vektorite liitmist. Uurime mõningaid võimalusi.

Kaks jõudu  $\vec{F}_1$  ja  $\vec{F}_2$  mõjuvad ühele punktmassile samas suunas, seega  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$  ning vektori moodulite kaudu  $|F_1| + |F_2| = |F|$ . Jõudu  $\vec{F}$  nimetatakse sellisel juhul resultantjõuks ja temaga võib asendada jõudude  $\vec{F}_1$  ja  $\vec{F}_2$  summaarse mõju.



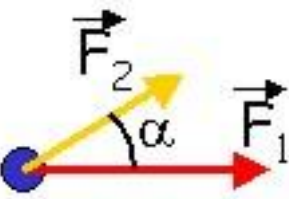
Joonis 1

Kaks jõudu  $\vec{F}_1$  ja  $\vec{F}_2$  mõjuvad punktmassile vastupidistes suundades. Sellisel juhul  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$  ja moodulite kaudu  $|F| = |F_1 - F_2|$ .



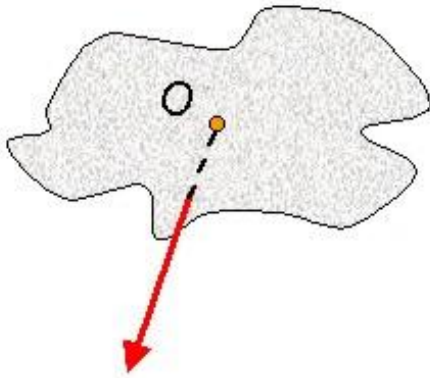
Joonis 2

Kaks jõudu  $\vec{F}_1$  ja  $\vec{F}_2$  mõjuvad punktmassile teineteise suhtes nurga  $\alpha$  all. Ka sellisel juhul  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$ . Moodulite kaudu aga  $|F| = \sqrt{|F_1|^2 + |F_2|^2 - 2|F_1||F_2| \cos \alpha}$ .



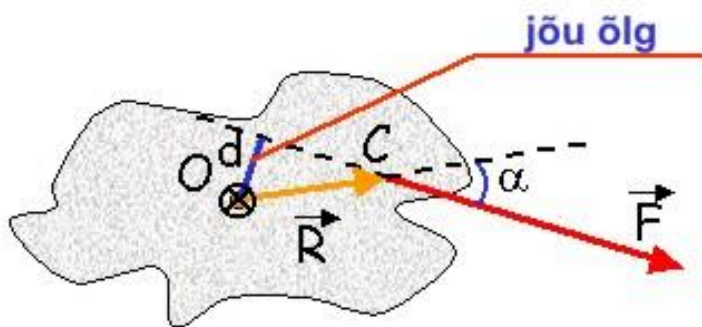
Joonis 3

Kui pöörlemisteljele kinnitatud kehale mõjub jõud, siis selle jõu mõju ei sõltu mitte ainult jõu arvvaatusest ja suunast vaid ka sellest, millisesse punkti on see jõud rakendatud. Olgu meil mingi kõvem papitükk või tükk vineeri, mille oleme kinnitanud liikumatule alusele naelaga läbi punkti O. Seega saab meie poolt võetud papi- või vineeritükk ümber selle punkti vabalt pöörelda. Kui rakendada sellele tükile jõud, mis mõjub piki kinnituspunkti läbivat sirget, siis on selge, et selline jõud süsteemi pöörata ei saa.



Joonis 4

Selleks, et süsteemi pöörata, peame valima jõu, mille mõjumissirge ei läbiks kinnituspunkti. Rakendame jõu näiteks punkti C. Vektori, mis ühendab punkti O punktiga C tähistame  $\vec{R}$ . Punkti O kauguse jõu mõjumissirgest tähistame tähega d ja seda lõiku nimetame jõu  $\vec{F}$  õlaks (vt. joon. 5). Jõu ja tema õla korrutist nimetame jõumomendiks ja tähistame tähega M,  $M = Fd$ . Kui rakendada jõud  $\vec{F}$  mis tahes punkti slaidil kujutatud punktiirjoonel, siis pöörab see jõud kõikidel juhtudel keha ühte moodi. Tingimusel muidugi, et jõu arvvärtus jääb muutumatuks. Tähistame vektorite  $\vec{R}$  ja  $\vec{F}$  vahelise nurga tähega  $\alpha$ . Sellisel juhul  $R \sin \alpha = d$ , arvestades seda saab jõumomendi avaldise kirjutada kujul  $M = FR \sin \alpha$ . Kuna R ja F on vektoriaalsed suurused ja  $\alpha$  on nende vektorite vaheline nurk, siis järeldeb sellest, et ka M on vektoriaalne suurus. Arvestades seda saab jõumomendi avaldise kirjutada vektorkujul  $\vec{M} = (\vec{R} \times \vec{F})$ .

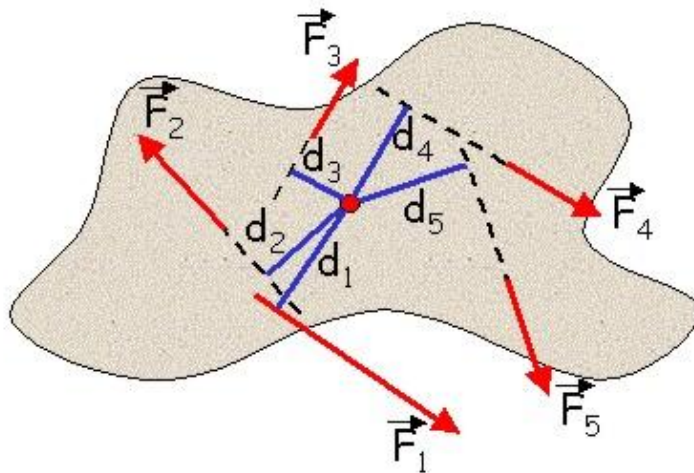


Joonis 5

Jõumomendi vektori suuna saab määrata kruvireegli abil. Kui kruvipea pöörlemise suund ühtib suunaga vektorilt  $\vec{R}$  vektorile  $\vec{F}$ , siis kruvi liikumise suund ühtib jõumomendi vektori  $\vec{M}$  suunaga. Joonisel 5 kujutatud juhul oleks vektor  $\vec{M}$  suunatud joonise sisse.

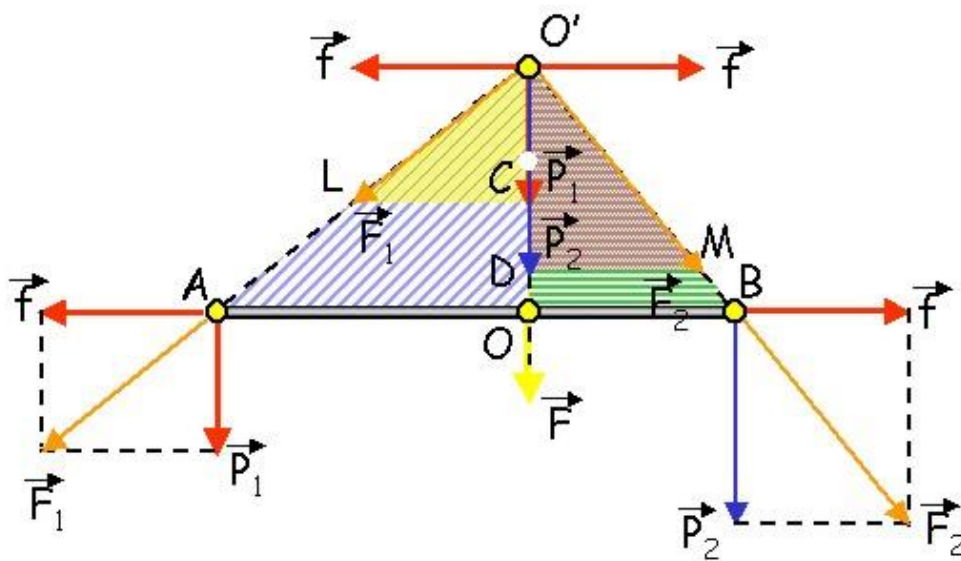
Nüüd, kui oskame arvutada jõumomenti ja määrata tema suunda, võib ülesannete lahendamisel kirjutada jõumomendi absoluutse avaldise. Olgu meil süsteem, mis saab vabalt pöörelda ümber pöörlemistelje, ning olgu see süsteem paigal vaatamata sellele, et süsteemile mõjuvad mingid jõud. Tähistame need jõud  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  ja  $\vec{F}_5$ . Igal neist jõududest on oma õlg  $d_1, d_2, d_3, d_4$  ja  $d_5$ . Kuna süsteemile mõjuvad viis jõudu, siis on ka viis

jõumomenti (vt. joon. 6). Jooniselt on näha, et jõud  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$ ,  $\vec{F}_4$  ja  $F_5$  pööravad keha päripäeva ja jõud  $\vec{F}_1$  vastupäeva. Kuna süsteem on paigal, siis saab oletada, et jõu  $\vec{F}_1$  moment tasakaalustab jõudude  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$ ,  $\vec{F}_4$  ja  $\vec{F}_5$  momendid  $F_1d_1 = F_2d_2 + F_3d_3 + F_4d_4 + F_5d_5$ . Viimast avaldist nimetatakse momentide reegliks ja ta võib olla kirja pandud ka kujul  $M_1 = M_2 + M_3 + M_4 + M_5$ , päripäeva süsteemi pööravate jõudude momentide summa peab olema võrdne vastupäeva süsteemi pööravate jõudude momentide summaga. Momentide reegel vektorkujul oleks  $\sum \vec{M}_i = 0$ . Viimast avaldist võib nimetada ka pöörlemisteljega keha tasakaalutingimuseks.



Joonis 6

Vaatleme olukorda, kus kehale mõjuvad kaks erinevatesse punktidesse rakendatud paralleelset jõudu. Olgu meil varras AB, mille massi võime lugeda nulliks, ning olgu selle varda otspunktidesse rakendatud paralleelsed jõud  $\vec{P}_1$  ja  $\vec{P}_2$ . Nende kahe paralleelse jõu liitmiseks meil meetod puudub. Kui aga rakendada varda AB otspunktidesse kaks võrdset aga vastassuunalist jõudu  $\vec{f}$  nii nagu on kujutatud joonisel 7, siis saame eraldi kokku liita jõud  $\vec{f}$  ja  $\vec{P}_1$  ning  $\vec{f}$  ja  $\vec{P}_2$ . Kohe tuleb märkida, et jõud  $\vec{f}$  ei mõjuta süsteemi tasakaalu, nad võivad varrast vaid venitada. Liitmise tulemuseks saame kaks resultantjõudu  $\vec{F}_1$  ja  $\vec{F}_2$ . pikendame nende jõudude mõjusirgeid kuni lõikumiseni, ning rakendame jõud lõikepunkti  $O'$  ning lükkame samasse punkti ka jõud  $\vec{f}$ ,  $\vec{P}_1$  ja  $\vec{P}_2$ . Jõud  $\vec{f}$  kompenseerivad teineteist, kui samasse punkti rakendatud võrdsed ja vastassuunalised jõud. Nüüd on jäänud kokku liita punkti  $O'$  rakendatud jõud  $\vec{P}_1$  ja  $\vec{P}_2$ , mis on suunatud mööda sama sirget vertikaalselt alla. Jõudude  $\vec{P}_1$  ja  $\vec{P}_2$  resultantjõuks on jõud  $\vec{F}$ .



Joonis 7

Nüüd on jäänud veel leida resultantjõu rakenduspunkt. Vaatame sarnaseid kolmnurki  $AO'O$  ja  $LO'C$ , kirjutame välja sarnaste külgede suhted  $\frac{O'C}{O'O} = \frac{LC}{AO}$  ehk  $\frac{P_1}{O'O} = \frac{f}{AO}$ , siit  $P_1AO = fO'O$ . Teisest sarnaste kolmnurkade paarist  $BO'O$  ja  $MO'D$  jäeldub  $\frac{O'D}{O'O} = \frac{MD}{BO}$  ehk  $\frac{P_2}{O'O} = \frac{f}{BO}$ , siit  $P_2BO = fO'O$ . Võrreldes kahte seost  $P_1AO = fO'O$  ja  $P_2BO = fO'O$  näeme, et  $P_1AO = P_2OB$  ehk siis  $P_1d_1 = P_2d_2$ . Viimane avaldis on momentide reegel punkti  $O$  suhtes, mis on punktiks, kuhu on rakendatud paralleelsete jõudude  $\vec{P}_1$  ja  $\vec{P}_2$  resultantjõud.