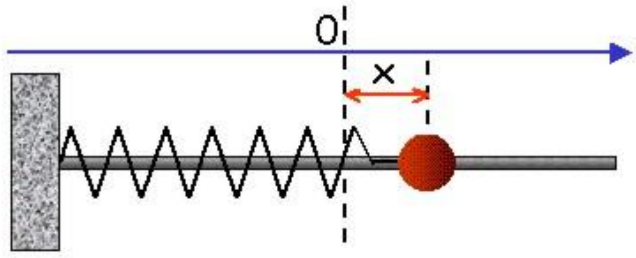
Harmoonilised võnkumised.

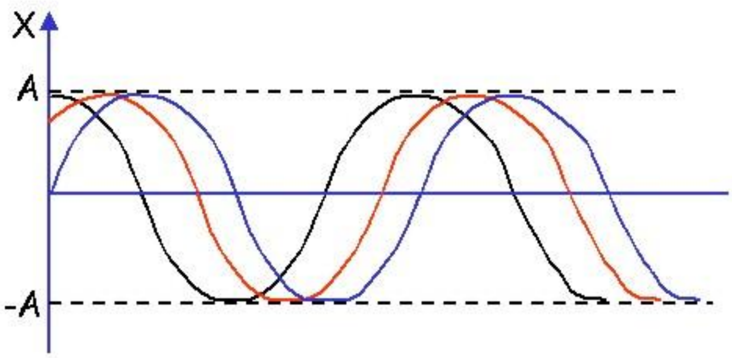
Harmoonilised võnkumised on üsna oluline võnkumiste liik. Harmoonilisteks loeme selliseid võnkumisi, mille korral võnkuv suurus muutub ajas sinusoidaalselt või koosinusoidaalselt.

Kui nihet x tasakaaluasendist saab kirjeldada seosega $x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$, siis ütleme, et nihe muutub ajas harmooniliselt. Antud seoses on ω - ringsagedus, t - aeg. Positiivset suurust A nimetame võnkumise amplituudiks. Amplituud näitab võimalikku maksimaalset hälvet tasakaaluasendist. Suurust $\omega t+\varphi_0$ nimetatakse võnkumise faasiks ehk olekuks. Suurus φ_0 on võnkumise olek vaatluse alghetkel t=0 ja nimetatakse algfaasiks.



Joonis 1

Miks on harmoonilised võnkumised nii olulised? Sellepärast, et see on võnkumiste lihtsaim liik. Väga tihti on looduses ja tehnikas toimuvad võnkumised oma olemuselt lähedased harmooniliste võnkumistega. Kõiki ajas kulgevad perioodilisi protsesse saab vaadelda kui mitme harmoonilise võnkumise summat. Joonisel 2 on kujutatud kolme harmoonilise võnkumise graafikud. Võnkumised erinevad teineteisest algfaasi φ_0 poolest.

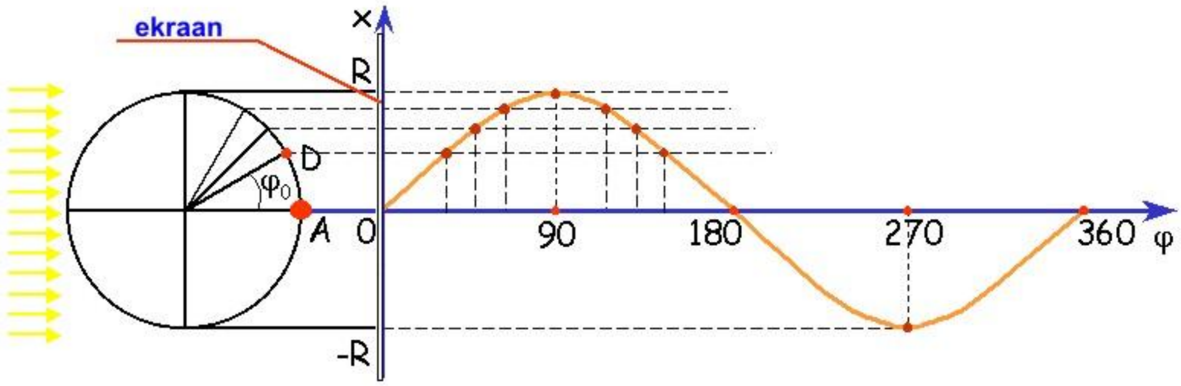


Joonis 2

Võttes nihkest teise tuletise aja järgi saame kiirenduse projektsiooni x-teljele $a_x=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi_0)$. Kui võrrelda saadud avaldist nihke harmoonilise võnkumise avaldisega, siis näeme, et $a_x=-\omega^2x$. Seda võrrandit nimetatakse harmooniliste võnkumiste diferentsiaalvõrrandiks. Selle võrrandi abil saame vastuse küsimusele, milline peab olema harmoonilisi võnkumisi tekitav jõud? Vastavalt Newtoni teisele seadusele F=ma, seega $F=-m\omega^2x$. Nagu näha, peab jõud olema võrdeline nihkega ja nihkega vastassuunaline. Sellise jõuga oleme juba kokku puutunud, see on elastsusjõud F=−kx. Peab kohe märkima, et elastsusjõud ei ole ainus jõud, mis tekitab harmoonilise võnkumise. Kõikidel juhtudel, kus resultantjõud rahuldab eeltoodud tingimusi, on tekivad võnkumised harmoonilised.

Kasutades võnkumiste diferentsiaalvõrrandit, saab leida erinevate võnkuvate süsteemide võnkeperioodi. Selleks tuleb kirja panna keha liikumise võrrand. Võrdetegur nihke ja kiirenduse vahel annab meile ringsageduse ω. Kasutades valemit $T = \frac{2\pi}{\omega}$, leiame võnkumise perioodi. Sellise meetodi mugavus ilmneb vedrupendli ja matemaatilise pendli uurimise juures.

Harmoonilise võnkumise võrrandi võib tuletada kasutades ka järgmist näidet. Olgu meil keha, mis liigub ühtlaselt mööda ringjoont raadiusega R vastupäeva (vt. joon. 3). Kui valgustada seda keha vasakult ja paigutada paremale ekraan, siis ekraanil on näha keha vari liikumisel. Varju liikumise ulatus on määratud maksimaalse hälbega R ja -R. Vertikaalteljele kanname keha nihke. Laotame selle liikumise nurga φ järgi lahti. Märgime nurga φ teljele nurgad 90^0, 180^0, 270^0 ja 360^0. Koordinaatide alguspunkt vastab keha algasendile. Kui keha sooritab pöörde 90^0, siis keha asukoht vastab punktile graafikul. Nii leiame kega asukohale vastavad punktid graafikul. Märgime keha asukohad, mis vastavad pöördenurkadele 30^0, 45^0 ja 60^0. Kui need punktid ühendada, siis saame kõvera, mida nimetatakse sinusoidiks. Saadud joone võrrand on x=Rsinφ. Nurk φ on seotud nurkkiirusega ehk ringsagedusega järgmiselt φ=ωt. Kui asendada φ tema väärtusega, siis saame x=Rsinωt. See ongi harmoonilise võnkumise võrrand.



Joonis 3

Kui võnkumise algasend ei olnud mitte punktis A vaid punktis D mis vastab nurgale φ_0, siis tuleb x-telg nihutada paremale, kohale, mis vastab algasendi nurgale φ_0. Harmoonilise võnkumise võrrandi lõplik kuju on x=Rsin(ωt+φ_0).